

Magdalena Rucka
Krzysztof Wilde

DYNAMIKA BUDOWLI

z przykładami w środowisku MATLAB®

Gdańsk 2019

PRZEWODNICZĄCY KOMITETU REDAKCYJNEGO
WYDAWNICTWA POLITECHNIKI GDAŃSKIEJ

Janusz T. Cieśliński

RECENZENT

Zbigniew Zembaty

PROJEKT OKŁADKI

Katarzyna Olszonowicz

Wydanie IV – 2014

Wydano za zgodą

Rektora Politechniki Gdańskiej

Oferta wydawnicza Politechniki Gdańskiej jest dostępna pod adresem
<https://www.sklep.pg.edu.pl>

Utwór nie może być powielany i rozpowszechniany, w jakiegokolwiek formie
i w jakikolwiek sposób, bez pisemnej zgody wydawcy

© Copyright by Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk 2019

ISBN 978-83-7348-588-4

WYDAWNICTWO POLITECHNIKI GDAŃSKIEJ

Dodruk IV wyd. Ark. wyd. 8,2, ark. druku 12,0, 1214/1088

Druk i oprawa: Volumina.pl Daniel Krzanowski
ul. Księcia Witolda 7-9, 71-063 Szczecin, tel. 91 812 09 08

SPIS TREŚCI

OD AUTORÓW	5
1. WSTĘP	7
1.1. Definicje dynamiki budowli	7
1.2. Modelowanie konstrukcji inżynierskich	8
1.2.1. Modelowanie więzi sprężystych	9
1.2.2. Modelowanie tłumienia	12
1.2.3. Modelowanie sił bezwładności	13
1.3. Wyprowadzenie równań ruchu	13
1.3.1. Zastosowanie zasady Hamiltona	13
1.3.2. Równania ruchu wyprowadzane równaniami Lagrange'a	16
1.3.3. Zastosowanie zasady d'Alemberta	18
2. DRGANIA UKŁADÓW O JEDNYM STOPNIU SWOBODY	20
2.1. Drgania swobodne nietłumione	20
2.2. Drgania swobodne tłumione	35
2.3. Drgania harmoniczne nietłumione	44
2.4. Drgania harmoniczne tłumione	49
2.5. Dowlone wymuszenie okresowe	58
2.6. Drgania wywołane obciążeniem impulsowym	61
2.6.1. Działanie impulsu jednostkowego	61
2.6.2. Działanie siły wymuszającej o stałej wartości	62
2.6.3. Działanie impulsu prostokątnego	63
2.6.4. Działanie impulsu sinusoidalnego	66
2.6.5. Przybliżona odpowiedź układu o jednym stopniu swobody dla „krótkiego impulsu”	68
2.7. Drgania wywołane dowolnym obciążeniem wymuszającym	69
2.7.1. Całka Duhamela	69
2.7.2. Równanie ruchu w przestrzeni stanów	70
2.7.3. Metody numeryczne	72
2.7.3.1. Metoda różnic centralnych	72
2.7.3.2. Metoda Newmarka	75
2.8. Projektowanie konstrukcji o jednym stopniu swobody obciążonych dynamicznie	78
3. DRGANIA UKŁADÓW DYSKRETYCH O N STOPNIACH SWOBODY	82
3.1. Równanie ruchu	82
3.2. Drgania swobodne nietłumione	83
3.2.1. Częstotliwości i postaci drgań własnych	83
3.2.2. Ortogonalność i normalizacja postaci drgań	85
3.2.3. Rozkład modalny wektora przemieszczeń	96
3.3. Drgania swobodne tłumione	101

3.3.1. Rozkład modalny wektora przemieszczeń	101
3.3.2. Wyznaczanie macierzy tłumienia proporcjonalnego	101
3.3.3. Rozwiązanie problemu własnego z uwzględnieniem tłumienia	106
3.4. Drgania wymuszone siłą harmoniczną	110
3.5. Drgania wywołane dowolnym obciążeniem wymuszającym	114
3.5.1. Równanie ruchu w przestrzeni stanów	114
3.5.2. Metody numeryczne	115
4. DRGANIA CIĄGLYCH UKŁADÓW PRĘTOWYCH	126
4.1. Równanie ruchu drgań poprzecznych nietłumionych pręta	126
4.2. Drgania własne	127
4.2.1. Belka swobodnie podparta	129
4.2.2. Belka wspornikowa	131
5. EKSPERYMENTALNA ANALIZA MODALNA	134
5.1. Wstęp	134
5.2. Funkcja odpowiedzi częstotliwościowej dla układów o jednym stopniu swobody	135
5.3. Funkcja odpowiedzi częstotliwościowej dla układów o n_d stopniach swobody	140
ZAŁĄCZNIK A Techniki Fouriera	150
ZAŁĄCZNIK B Analiza czasowo-częstotliwościowa	171
ZAŁĄCZNIK C Transformata Laplace'a	177
ZAŁĄCZNIK D Wybrane wzory MES dla płaskich układów prętowych	181
ZAŁĄCZNIK E Tablica całkowania graficznego	185
ZAŁĄCZNIK F Wyjściowe siły przywęzłowe	186
ZAŁĄCZNIK G Lista używanych funkcji	187
LITERATURA	192

OD AUTORÓW

Wszystkie procesy twórcze w przyrodzie dzieją się w stanach dalekich od równowagi.

Michał Heller

Drgania budowli i innych konstrukcji inżynierskich są nieodłącznym elementem ich użytkowania. Podstawowa wiedza z zakresu dynamiki konstrukcji jest niezbędna dla każdego studenta Budownictwa i kierunków pokrewnych (takich jak Transport czy Inżynieria Środowiska) oraz wymagana w pracy zawodowej inżyniera.

Celem tego podręcznika jest przedstawienie najważniejszych zagadnień dynamiki budowli w formie zadań i przykładowych rozwiązań w środowisku MATLAB^{®1}. Książka ma dostarczyć materiał wspomagający pozyskiwanie i utrwalanie wiedzy z zakresu dynamiki. Szczególnie istotne dla Autorów było wprowadzenie w tekście przykładów zaczerpniętych z prac nad rzeczywistymi obiektami lub badaniami doświadczalnymi i dołączenie do książki rozwiązań przykładowych problemów dynamicznych w środowisku MATLAB[®]. Wybrane fragmenty zapisów programów umieszczono w tekście, a wszystkie programy i procedury dostępne są pod adresem: <http://www.dim.pg.gda.pl/dynbud.htm>.

Pragniemy bardzo serdecznie podziękować licznemu gronu osób, które pomogły przy powstawaniu tego podręcznika. W szczególności dziękujemy prof. Zbigniewowi Zembatemu za rzeczową i wnikliwą recenzję. Dziękujemy także prof. Czesławowi Branickiemu (Uniwersytet w Botswanie) za inspirację na wczesnych etapach pracy nad książką. Podziękowania kierujemy do dr. inż. Marka Skowronka i mgr. inż. Michała Hirsza za udostępnienie ciekawych zadań i procedur numerycznych. Dziękujemy studentom: T. Miłaszewskiemu, T. Romaszkieviczowi, M. Obszańskiej, M. Jankowskiej, M. Rybickiemu, J. Florczukowi, K. Żerdzickiemu, N. Górskiemu i P. Wężowi za pomoc przy przygotowaniu procedur numerycznych oraz przy edycji skryptu. Ciepłe myśli wdzięczności przesyłamy swoim rodzinom, które z wyrozumiałością i wsparciem przyglądały się zmaganiom przy pisaniu i edytowaniu tekstu.

Wszystkim Czytelnikom będziemy wdzięczni za krytyczne uwagi i sugestie dotyczące niniejszej książki.

*Magdalena Rucka
Krzysztof Wilde*

¹ MATLAB[®] jest znakiem towarowym zarejestrowanym przez MathWorks Inc.

LITERATURA

- [1] Bathe K. J.: *Finie element procedures*. Prentice-Hall Inc. 1996.
- [2] Boggess A., Narcowich F. J.: *A First Course in Wavelets with Fourier Analysis*. Beijing: Publishing House of Electronics Industry 2002.
- [3] Branicki C., Wizmur M.: *Metody macierzowe w mechanice budowli i dynamika budowli*, wyd. 1. Gdańsk: Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej 1980.
- [4] Chmielewski T., Zembaty Z.: *Podstawy dynamiki budowli*. Warszawa: Arkady 1998.
- [5] Chopra A. K.: *Dynamics of structures*. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall 2001.
- [6] Clough R. W., Penzien J.: *Dynamics of structures*. McGraw-Hill Inc. 1993.
- [7] Control System Toolbox 8 User's Guide. The Math Works Inc. 2007.
- [8] Getting started with MATLAB® 7. The Math Works Inc. 2007.
- [9] Kaiser G.: *A friendly guide to wavelets*. Boston, Basel, Berlin: Birkhauser 1994.
- [10] Kucharski T.: *Systemy pomiarów drgań mechanicznych*. Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne 2002.
- [11] Lewandowski R.: *Dynamika konstrukcji budowlanych*. Poznań: Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej 2006.
- [12] Lyons R. G.: *Wprowadzenie do cyfrowego przetwarzania sygnałów*. Warszawa: Wydawnictwo Komunikacji i Łączności 2003.
- [13] Maia N. M. M., Silva J. M. M.: *Theoretical and experimental modal analysis*. Baldock, Hertfordshire: Research Studies Press Ltd 1997.
- [14] McConnell K. G.: *Vibration testing: Theory and practice*. New York: John Wiley and Sons, Inc. 1995.
- [15] Mallat S.: *A wavelet tour of signal processing*. Academic Press 1998.
- [16] Meirovitch L.: *Fundamentals of vibration*. Mc. Graw Hill Inc. 2001.
- [17] Osiński Z.: *Teoria drgań*. Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Naukowe 1980.
- [18] Signal Processing Toolbox 6 User's Guide. The Math Works Inc. 2007.
- [19] Rakowski G., Kacprzyk Z.: *Metoda elementów skończonych w mechanice konstrukcji*. Warszawa: Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej 2005.
- [20] Wavelet Toolbox 4 User's Guide. Misiti M., Misiti Y., Oppenheim G., The Math Works Inc. 2007.
- [21] Wojtaszczyk P.: *Teoria falek*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN 2000.